Comparative analysis of shear resisting models for hybrid steel trussed concrete beams

Analisi comparativa di modelli di resistenza a taglio di travi prefabbricate reticolari miste

A. Monaco*, P. Colajanni, L. La Mendola

Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale, dei Materiali (DICAM), Università di Palermo, Viale delle Scienze Ed. 8, 90128 Palermo, Italy

*corresponding author: alessia.monaco@unipa.it

ABSTRACT: The hybrid steel trussed concrete beams represent a structural solution widely adopted in the industrial constructions thanks to the numerous advantages due to their use, such as economic convenience, high performances and constructional speed deriving from the partial prefabrication process and from the self load-carrying capacity of the beam in the first operative phase, prior to the in-site casting of concrete. The hybrid steel trussed concrete beams examined in the present study are constituted by two principal components, i.e. a steel joist with inclined rebars, realized in industry, which is welded to a smooth steel plate and then embedded within the concrete material cast in situ. The proposed study concerns the modeling of the shear behavior of these beams providing a synthesis of the most relevant scientific contributions currently available in the technical literature regarding both analytical and numerical models for the prediction of the shear resistance of the beam. / Le travi tralicciate miste acciaio-calcestruzzo rappresentano una tipologia strutturale sempre più largamente adottata nell'industria delle costruzioni edilizie grazie ai numerosi vantaggi economici, prestazionali e di rapidità di messa in opera derivanti dalla parziale prefabbricazione delle travi e dalla loro capacità autoportante in fase I, ovvero nella fase operativa precedente al getto di calcestruzzo che viene invece realizzato in cantiere. Le travi Prefabbricate REticolari Miste (PREM) oggetto del presente studio sono caratterizzate dalla presenza di due principali componenti: un traliccio metallico a barre inclinate realizzato in stabilimento, saldato inferiormente ad un fondello di acciaio liscio da carpenteria e un nucleo di calcestruzzo collaborante gettato in opera. Lo studio proposto riguarda la modellazione del comportamento a taglio delle travi PREM, presentando una sintesi dei principali contributi attualmente disponibili nella letteratura scientifica inerenti modelli di calcolo analitici e ad elementi finiti per la previsione della capacità portante della trave soggetta a taglio.

KEYWORDS: shear strength; inclined stirrups; hybrid steel trussed concrete beams; analytical models; FEM models / resistenza a taglio; barre inclinate; travi miste acciaio-calcestruzzo; modelli analitici; modelli FEM

1 INTRODUZIONE

Le travi tralicciate miste acciaio-calcestruzzo rappresentano una tipologia strutturale sempre più largamente adottata nell'industria delle costruzioni edilizie grazie ai numerosi vantaggi economici, prestazionali e di rapidità di messa in opera derivanti dalla parziale prefabbricazione delle travi e dalla loro capacità autoportante in fase I, ovvero nella fase operativa precedente al getto di calcestruzzo che viene invece realizzato in cantiere. Le travi Prefabbricate REticolari Miste (PREM) oggetto del presente studio sono caratterizzate dalla presenza di due principali componenti: un traliccio metallico a barre inclinate realizzato in stabilimento, saldato inferiormente ad un fondello di acciaio liscio da carpenteria e un nucleo di calcestruzzo collaborante gettato in opera (Fig.1).

Tale tipologia strutturale è stata ampiamente indagata negli ultimi decenni con riferimento alla sua applicazione all'interno di telai sismoresistenti (Colajanni et al. 2015) e con lo scopo principale di studiare i problemi relativi alla resistenza a flessione e taglio (Chisari & Amadio 2014, Campione et al. 2016, Monaco 2016, Monti & Petrone 2015, Colajanni et al. 2017a), alla capacità delle connessioni (Colajanni et al. 2014a, Colajanni et al. 2017b, Colajanni et al. 2015b) e alle modalità di crisi per geometrie di diversa scala (Ballarini et al. 2017).

Gli attuali riferimenti normativi non contengono specifiche prescrizioni per la progettazione delle travi PREM e, pertanto, il calcolo viene condotto adattando i modelli esistenti relativi ad altre tipologie strutturali, quali le travi in cemento armato e travi composte.

All'interno di questo ambito, il presente studio riguarda la modellazione del comportamento a taglio delle travi PREM, presentando una sintesi dei principali contributi attualmente disponibili nella letteratura scientifica inerenti modelli di calcolo analitici e ad elementi finiti per la previsione della capacità portante della trave soggetta a taglio.

In particolare, vengono presentati quattro modelli analitici di previsione: il modello a traliccio ad inclinazione variabile dedotto dall'Eurocodice 2 per il calcolo della resistenza a taglio delle travi in c.a. (CEN 2004); due modelli specificatamente concepiti per le travi PREM (Monti & Petrone 2015; Campione et al. 2016); un modello basato sulla definizione di campi di tensione ad inclinazione variabile in travi in c.a. con armatura trasversale con doppia inclinazione (Nielsen 1999; Colajanni et al. 2014b).

Tra i due modelli analitici specifici per le travi PREM, quello proposto da Campione et al. (2016) è basato su un approccio di tipo additivo in cui il contributo resistente dell'acciaio si somma a quello del calcestruzzo, il quale, a sua volta, è computato attraverso la definizione di due contributi legati rispettivamente all'effetto arco e all'effetto trave. Il modello analitico di trave PREM proposto invece da Monti & Petrone (2015) è formulato assumendo che la capacità a taglio dipende dal numero di coppie di barre inclinate capaci di snervarsi prima che il calcestruzzo entri in crisi.

I modelli analitici vengono messi a confronto evidenziandone i punti di forza e di debolezza, che dipendono dalle ipotesi di base di ciascuna formulazione, e mettendo comparativamente in evidenza l'efficacia della previsione. Infine, i modelli vengono validati attraverso un ampio numero di risultati sperimentali e numerici disponibili nella letteratura scientifica (Chisari & Amadio 2014, Monaco 2016, Colajanni et al. 2017a), risultati che tengono conto di un vasto range di parametri caratteristici della tipologia di trave esaminata. I risultati ottenuti vengono discussi al fine di sottolineare l'influenza delle diverse ipotesi-chiave adottate negli approcci analitici e numerici.

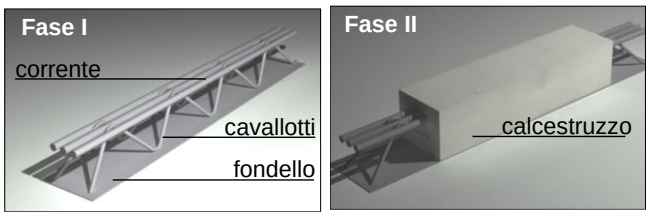

Figura 1. Elementi costituenti / Characteristic elements.

2 MODELLI ANALITICI

2.1 *Modello a traliccio per travi in c.a.*

Secondo il recente approccio europeo, la resistenza a taglio di elementi in cemento armato con armature trasversali è valutata attraverso una apposita modifica del modello a traliccio di Ritter-Mörsh che, nella prima formulazione era caratterizzato da una inclinazione predeterminata $\theta = 45°$ del puntone di calcestruzzo. Il modello aggiornato proposto nell'Eurocodice 2 (CEN 2004) è caratterizzato dal trascurare il contributo fornito dal calcestruzzo teso e consentire una appropriata inclinazione del puntone di calcestruzzo compresso nel range $1 \le \cot\theta \le 2.5$. In accordo alla teoria della plasticità, l'inclinazione del traliccio di calcestruzzo può essere scelta al fine di massimizzare la resistenza a taglio dell'elemento. Quest'ultima si assume pari a quella che produce la crisi dell'elemento più debole del meccanismo resistente, cioè la resistenza del calcestruzzo compresso (V_{Rc}) o quella dell'armatura trasversale (V_{Rs}). Esse sono rispettivamente espresse come:

$$V_{Rc} = \nu\alpha_c 0.9 d f_c\, b_w \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1+\cot^2\theta} \tag{1a}$$

$$V_{Rs} = 0.9 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} \left(\cot\theta + \cot\alpha\right)\sin\alpha \tag{1b}$$

in cui

$$1 \le \cot\theta = \sqrt{\frac{\nu\alpha_c s b_w f_c}{A_{sw} f_{yw} \sin\alpha} - 1} \le 2.5 \tag{2}$$

Nell'Eq. (1a), $\nu = 0.6\left(1 - f_c/250\right)$ è il coefficiente di softening che tiene conto dello stato tensionale biassiale del calcestruzzo; α_c =1 per elementi non compressi; d è l'altezza utile della trave; f_c la resistenza a compressione del calcestruzzo; b_w la larghezza della trave. Nell'Eq. (1b) A_{sw} è l'area dell'armatura trasversale disposta a passo s mentre f_{yw} è la tensione di snervamento.

Quando l'Eq. (2) fornisce un valore di $\cot\theta$ contenuto entro il range di variazione, si verifica la crisi contemporanea di calcestruzzo e staffe e le Eqq. (1a) e (1b) forniscono lo stesso valore di resistenza a taglio. Se l'Eq. (2) fornisce $\cot\theta \ge 2.5$, allora la crisi delle armature trasversali è anticipata rispetto a quella del calcestruzzo e la resistenza può essere valutata attraverso l'Eq. (1b) in cui si assume $\cot\theta = 2.5$. Al contrario, se l'Eq. (2) restituisce $\cot\theta \le 1$, allora la crisi si verifica nel calcestruzzo e la resistenza a taglio si ottiene attraverso l'Eq. (1a) assumendo $\cot\theta = 1$.

2.2 *Modello tirante-puntone per travi PREM*

Questo modello presenta un approccio basato su una formulazione additiva in cui la resistenza a taglio della trave PREM è valutata come quella di una trave in c.a. assimilando gli elementi diagonali del traliccio in acciaio alle armature trasversali tipicamente presenti nelle travi in c.a. Inoltre, lo schema resistente tiene anche conto del contributo a taglio del fondello metallico. Il contributo del calcestruzzo è valutato considerando l'effetto arco e l'effetto trave illustrati in Figura 2. Nella letteratura scientifica, approcci simili sono stati adottati per tipologie strutturali differenti come ad esempio travi in calcestruzzo ad alta resistenza (Campione et al. 2014).

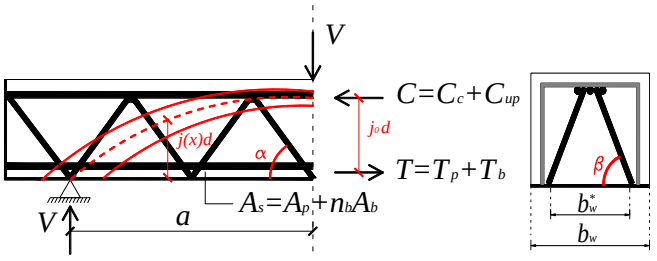

Figura 2. Effetto arco ed effetto trave nella luce di taglio (Campione et al. 2014) / Beam and arch effects in the shear span (Campione et al. 2014).

Con riferimento allo schema mostrato in Figura 2, la forza di compressione C del corrente superiore è fornita sia dal calcestruzzo compresso (C_c) che dalle barre superiori del traliccio metallico (C_{up}).

Similmente, la forza del fondello inferiore (T_p) e quella delle eventuali barre inferiori aggiunte (T_b), contribuiscono alla trazione T nel corrente inferiore. Dunque, l'area totale A_s del corrente inferiore teso si ottiene come somma dell'area del piatto, A_p, e dell'area delle n_b barre d'armatura aggiunte, aventi area A_b.

L'equilibrio entro la luce di taglio a si può esprimere in funzione del momento flettente $M(x)$, del taglio $V_c(x)$, della forza di trazione longitudinale T e del braccio della coppia interna $j_o(x)d$, attraverso la seguente espressione:

$$V_c(x)=\frac{dM(x)}{dx}=T\cdot\frac{d\left(j(x)d\right)}{dx}+j_o d\cdot\frac{dT(x)}{dx}=V_1+V_2 \quad (3)$$

L'Eq. (3) evidenzia il ruolo dell'effetto arco V_1, con braccio di coppia interno $j_o d$, variabile e l'effetto trave V_2, con $j_o d$ costante. Una stima appropriata della trazione T e del braccio di coppia $j_o(x)d$ consente di valutare il contributo dovuto ai due effetti V_1 e V_2 come segue:

$$V_1=\left(T_b+T_p\right)j_0\frac{d}{a} \quad (4)$$

$$V_2=j_o\cdot d\left(q_{res,b}\pi\sum_{i=1}^{n_b}D_i+q_{res,p}b_w^*+\sum_{i=1}^{n_w(x)}T_{wi}\delta(x-\bar{x}_i)\right) \quad (5)$$

Nell'Eq. (4) T_b e T_p sono rispettivamente la forza di trazione nelle barre inferiori aggiunte (se presenti) e nel fondello. Nell'Eq. (5) D_i è il diametro di ciascuna barra longitudinale; b_w^* la larghezza effettiva del piatto e T_{wi} l'effetto spinotto dovuto a ciascuna delle i-esime barre diagonali d'anima; n_w il numero delle diagonali; n_b il numero di barre longtudinali inferiori. Infine, $q_{res,b}$ e $q_{res,p}$ sono rispettivamente le tensioni residue di aderenza che si sviluppano attorno alle barre longitudinali e sul piatto.

Le forze T_b, T_p e T_w sono valutate come segue:

$$T_b\left(x=a\right)=min\left\{A_b f_{yb};q_{res,b}\cdot a\cdot\pi\sum_{i=1}^{n_b}D_i\right\} \quad (6)$$

$$T_p\left(x=a\right)=min\left\{A_p f_{yp};q_{res,p}b_w^* a+\sum_{i=1}^{n_w}T_{wi}u(x-\bar{x}_i)\right\} \quad (7)$$

$$T_{wi}=A_{sw}f_{yw}(\cos\alpha+0.4r\sin\alpha+ +0.04r^2\sin\alpha\tan\alpha)\sin\beta \quad (8)$$

con f_{yb}, f_{yp} e f_{yw} rispettivamente le tensioni di snervamento delle barre aggiunte, del piatto e dell'armatura trasversale. Quest'ultima è costituita da barre diagonali di area A_{sw}, inclinate di un angolo α rispetto all'asse longitudinale della trave e β nel piano della sezione trasversale.

Nelle Eqq. (5) e (7) vengono utilizzate la funzione gradino unitario $u(x-\bar{x}_i)$ e la sua derivata $\delta(x-\bar{x}_i)$ (Delta di Dirac) per modellare il salto della forza di trazione nel fondello dovuta all'effetto spinotto T_{wi} esplicato da ciascuna barra diagonale ad esso saldata.

Infine, nell'Eq. (8) il termine r rappresenta il rapporto f_u/f_{yw} tra la resistenza ultima f_u quella di snervamento f_{yw} delle barre diagonali (Campione et al. 2016). Va sottolineato che il contributo di resistenza dovuto all'effetto arco e trave secondo l'Eq. (3) è limitato dalla crisi del puntone compresso secondo la procedura descritta in dettaglio da Campione et al. (2016). Infine, il contributo resistente dovuto alle diagonali d'anima, intese come traliccio metallico, è calcolato come segue:

$$V_{sw}=A_{sw}f_{yw}\sin\alpha\sin\beta \quad (9)$$

in cui α and β sono gli angoli di inclinazione delle barre diagonali indicati in Figura 2.

La resistenza a taglio V_R viene infine calcolata come nell'Eq. (10) e cioè attraverso la somma delle Eqq. (3) e (9), usando le Eqq. (4) e (5) compatibilmente con le Eqq. (6)-(8) e con il limite di resistenza del calcestruzzo compresso:

$$V_R=V_c+V_{sw}=\left(V_1+V_2\right)+V_{sw} \quad (10)$$

2.3 *Modello meccanico di resistenza a taglio*

Monti & Petrone (2015) hanno proposto un modello per la valutazione della resistenza a taglio delle travi PREM basato su numerose analisi agli elementi finite. Gli autori hanno individuato un meccanismo di crisi caratterizzato dallo snervamento di n coppie di barre diagonali d'anima che si attiva prima dello schiacciamento del calcestruzzo. Viene dunque identificato un modello staticamente indeterminato di tipo tirante-puntone nel quale le bielle di calcestruzzo hanno dimensione incognita. Gli altri parametri geometrici che caratterizzano in maniera completa il meccanismo resistente sono le dimensioni della sezione traversale e il diametro e il passo delle diagonali inclinate. La dimensione del traliccio in calce-

struzzo viene valutata mediante minimizzazione dell'energia di deformazione per unità di rigidezza del meccanismo resistente, una volta che le forze interne che agiscono in ogni elemento sono valutate con il metodo delle forze. Su questa base, viene derivata una procedura analitica per la valutazione della resistenza a taglio. Inoltre, gli autori hanno proposto una ulteriore procedura semplificata, assumendo che sia la rigidezza del calcestruzzo piuttosto che la resistenza ad incrementare la resistenza a taglio della trave. Più in particolare, la procedura semplificata viene ottenuta assumendo che il puntone di calcestruzzo sia in grado di sopportare l'incremento di forza interna generato dalla perdita di rigidezza che si verifica a partire dallo snervamento della prima coppia di diagonali d'anima fino a che una seconda coppia di barre si snerva. Di conseguenza, è possibile derivare la seguente espressione in accordo con le normative per la stima della resistenza a taglio:

$$V = \kappa f_{yw} A_{sw} \sin\alpha \tag{11}$$

in cui

$$\kappa = \frac{n_t - 2(1-\delta_p)}{n_t - 2(n_s - \delta_p)} \tag{12}$$

Nell'Eq. (12) n_t e n_s rappresentano, rispettivamente, il numero totale di barre e il numero di barre che si snervano; inoltre si assume $\delta_p = 0$ oppure $\delta_p = 1$ a seconda che il carico sia applicato, rispettivamente, al di sopra o al di sotto della trave.

2.4 *Modello a campi di tensione a inclinazione variabile*

Colajanni et al. (2014b) hanno formulato un modello per la stima della capacità a taglio di travi in c.a. con armature trasversali a doppia inclinazione, introducendo una generalizzazione del classico modello plastico di Nielsen (1999) il quale si basa sul metodo dell'equilibrio con approccio a campi di tensione ad inclinazione variabile.

Nel modello vengono considerate due serie di staffe disposte secondo due differenti inclinazioni α_1 e α_2; le staffe possono essere soggette sia a trazione che a compressione, a seconda dell'inclinazione.

La resistenza a taglio della trave viene dedotta analizzando le condizioni di equilibrio che si hanno all'attivazione del meccanismo di rottura, facendo riferimento allo schema di Figura 3 che consiste in:

- un corrente superiore costituito dal calcestruzzo e dall'armatura compressi;
- un corrente teso inferiore costituito dalle armature longitudinali;
- l'anima della trave, che porta l'azione di taglio, principalmente costituita da calcestruzzo e staffe.

Le forze interne nell'anima della trave vengono modellate attraverso tre campi di tensione uniformi di cui uno rappresentativo dell'azione del calcestruzzo compresso inclinato di un angolo θ e gli altri due rappresentativi dell'azione dei due ordini di staffe inclinate. L'effetto arco viene trascurato; di conseguenza, la validità del modello è limitata alle cosiddette *B*-regions (regioni di Bernoulli).

Le equazioni di equilibrio vengono scritte secondo le seguenti ipotesi:

- le staffe sono soggette a sforzo assiale semplice;
- il passo fitto tra le staffe consente la modellazione della loro azione mediante campi di tensione uniformi inclinati di α_1 e α_2 (Fig. 3b);
- il campo di tensione nel calcestruzzo nell'anima della trave è inclinato di un angolo θ rispetto all'asse longitudinale e la capacità tagliante si raggiunte per valori di $ctg\theta$ variabili nel range $1 \le ctg\theta \le (ctg\theta)_{max}$, assumendo generalmente $(ctg\theta)_{max} = 2.5$ (CEN 2004);
- effetto spinotto e ingranamento degli inerti vengono modellati assumendo inclinazioni delle direzioni principali dei campi di tensione orientate di un angolo θ rispetto all'asse della trave, diverso da quello della direzione originaria delle fessure;
- il contributo del calcestruzzo teso è trascurato.

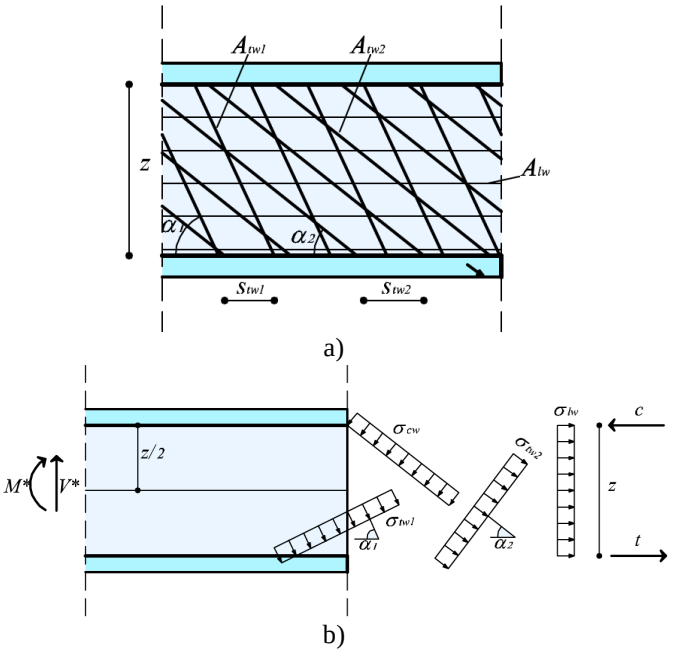

Figure 3. Modello a campi di tensione: a) layout delle armature trasversali; b) campi di tensione di due diverse inclinazioni Colajanni et al. (2014b) / Stress field model: a) web reinforcement layout and b) stress fields of two different inclinations Colajanni et al. (2014b).

Nella scrittura delle equazioni di equilibrio si assume la seguente simbologia: A_{tw1}, s_{tw1} e A_{tw2}, s_{tw2} sono l'area e il passo delle armature d'anima inclinate rispettivamente di α_1 e α_2; A_{lw} è l'area delle armature longitudinali, A_{twi} l'area del generico rinforzo; b_w e h sono rispettivamente la larghezza e l'altezza della sezione trasversale; f_{yd} la resistenza di calcolo dell'acciaio e f'_{cd} la resistenza a compressione di calcolo ridotta del calcestruzzo che tiene conto dello stato di sforzo biassiale nell'anima della trave

($f'_{cd} = \nu' f_{cd}$, essendo f_{cd} la resistenza a compressione di calcolo e $\nu' \leq 1$ un coefficiente di efficacia). Infine, i rapporti meccanici di armatura ω_{twi} con $i = 1,2$ sono definiti come $\omega_{twi} = A_{twi}/(b_w\, s_{twi} \sin \alpha_i)\times(f_{yd}/f'_{cd})$.

Le equazioni di equilibrio vengono dunque ricavate (Colajanni *et al.* 2014b) con riferimento a tre differenti tratti di trave individuati secondo tre diverse inclinazioni parallele rispettivamente alla direzione del campo delle tensioni nel calcestruzzo o a quella di uno dei due campi di tensione dei due ordini di staffe:

$$v(x) = \tilde{\sigma}_{tw1} \cdot \omega_{tw1} \cdot \left(\mathrm{ctg}\,\theta + \mathrm{ctg}\,\alpha_1\right) \cdot \sin^2 \alpha_1 + \\ + \tilde{\sigma}_{tw2} \cdot \omega_{tw2} \cdot \left(\mathrm{ctg}\,\theta + \mathrm{ctg}\,\alpha_2\right) \cdot \sin^2 \alpha_2 \tag{13}$$

$$v(x) = \tilde{\sigma}_{cw} \cdot \left(\mathrm{ctg}\,\theta + \mathrm{ctg}\,\alpha_2\right) \cdot \sin^2 \theta + \\ + \omega_{tw1} \cdot \tilde{\sigma}_{tw1} \left(\mathrm{ctg}\alpha_1 - \mathrm{ctg}\alpha_2\right) \cdot \sin^2 \alpha_1 \tag{14}$$

$$v(x) = \tilde{\sigma}_{cw} \cdot \left(\mathrm{ctg}\,\theta + \mathrm{ctg}\,\alpha_1\right) \cdot \sin^2 \theta + \\ + \omega_{tw2} \cdot \left(\mathrm{ctg}\alpha_2 - \mathrm{ctg}\alpha_1\right) \cdot \tilde{\sigma}_{tw2} \cdot \sin^2 \alpha_2 \tag{15}$$

$$\tilde{C}(x) = m(x) - 0.5\left[\omega_{tw1}\, \tilde{\sigma}_{tw1} \frac{\left(ctg^2\theta - ctg^2\alpha_1\right)}{\left(1 + ctg^2\alpha_1\right)} + \\ + \omega_{tw2}\, \tilde{\sigma}_{tw2} \frac{\left(ctg^2\theta - ctg^2\alpha_2\right)}{\left(1 + ctg^2\alpha_2\right)}\right] \tag{16}$$

$$\tilde{T}(x) = m(x) + 0.5\left[\omega_{tw1}\, \tilde{\sigma}_{tw1} \frac{\left(ctg^2\theta - ctg^2\alpha_1\right)}{\left(1 + ctg^2\alpha_1\right)} + \\ + \omega_{tw2}\, \tilde{\sigma}_{tw2} \frac{\left(ctg^2\theta - ctg^2\alpha_2\right)}{\left(1 + ctg^2\alpha_2\right)}\right] \tag{17}$$

Nelle Eqq. (13)-(17), $\tilde{\sigma}_{tw1}$ e $\tilde{\sigma}_{tw2}$ sono i valori adimensionali di tensione ($\tilde{\sigma}_{twi} = \sigma_{twi} / f_{yd}$) dei campi dei due ordini di staffe; $\tilde{\sigma}_{cw}$ la tensione adimensionale ($\tilde{\sigma}_{cw} = \sigma_{cw} / (\nu f_{cd})$ nell'anima di calcestruzzo, $\tilde{C}(x)$ and $\tilde{T}(x)$ le forze nei correnti superiori e inferiori adimensionalizzati rispetto a $b_w\, z\, f'_{cd}$ (essendo d e z rispettivamente l'altezza utile della sezione e il braccio della coppia interna $z = j\, d$); $m(x)$ il momento flettente adimensionale.

La resistenza a taglio della trave viene valutata come il massimo tra i valori ottenuti dalle Eqq. (13)-(15) verificando le condizioni di equilibrio [Eqq. (13)-(17)] in cui i valori adimensionali di tensione e delle forze interne sono scelti nel range:

$$0 \leq \left(\tilde{\sigma}_{cw}, \tilde{\sigma}_{tw1}, \tilde{\sigma}_{tw2}\right) \leq 1 \tag{18}$$

$$\tilde{T}(x) \leq \omega_s - \omega'_s \leq \tilde{C}(x) \leq \xi / \nu' + \omega'_s \tag{19}$$

Nell'Eq. (19) $\xi = x/z$ rappresenta l'affondamento adimensionale dell'asse neutro, $\omega'_s = A'_s / (b_w\, z\, f'_{cd})$ e $\omega_s = A_s / (b_w\, z\, f'_{cd})$ i rapporti meccanici dell'armatura longitudinale compressa (A'_s) e tesa (A_s) rispettivamente.

Riformulando le Eqq. (13)-(15), (18), (19) è possibile derivare la seguente condizione di ammissibilità plastica per i campi di tensione delle staffe:

$$0 \leq \frac{\omega_{tw1}\, \tilde{\sigma}_{tw1} \sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \theta} + \frac{\omega_{tw2}\, \tilde{\sigma}_{tw2} \sin^2 \alpha_2}{\sin^2 \theta} \leq 1 \tag{20}$$

L'Eq. (20) rappresenta l'interazione tra i campi di tensione delle staffe e del calcestruzzo originati dalla presenza di due ordini di armature trasversali con diversa inclinazione.

La resistenza a taglio della trave deve essere determinate massimizzando la funzione $v(x)$ dell'Eq. (13) (o nelle Eqq. (14) e (15)) facendo variare $\tilde{\sigma}_{tw1}$, $\tilde{\sigma}_{tw2}$ e $ctg\theta$ secondo la limitazione espressa nell'Eq. (18).

3 DATI SPERIMENTALI E NUMERICI DI RIFERIMENTO

Nella letteratura scientifica sono presenti risultati di prove sperimentali (Chisari & Amadio 2014, Colajanni et al. 2017a) e numeriche condotte col metodo degli elementi finiti (FEM) (Monaco 2016) che vengono qui impiegati per validare l'efficacia dei modelli analitici considerati.

Il primo set di risultati sperimentali utilizzato è quello ottenuto da Chisari & Amadio (2014), i quali hanno indagato gli effetti di differenti configurazioni e soluzioni tecniche sulla resistenza a taglio delle travi PREM. In particolare, sono stati considerati tre diversi layout in cui è stato impiegato un fondello di spessore 16 mm. Le sezioni trasversali dei campioni sono riportate in Figura 4: esse differiscono per il numero di monconi longitudinali saldati inferiormente al fondello metallico. Nei campioni delle tipologie denominate A, B e C sono state aggiunte rispettivamente nessuna, tre o cinque barre longitudinali. Tali barre vengono aggiunte con lo scopo di incrementare l'aderenza tra il calcestruzzo e il piatto metallico. A tal riguardo, viene inoltre indagata l'influenza della finitura superficiale delle barre testando tre differenti tipologie di campione: nella prima, il corrente superiore e le diagonali del traliccio sono entrambi nervati (campioni A1, B1, C1); nella seconda, le diagonali sono in acciaio liscio mentre il corrente superiore è nervato (campioni A2, B2, C2); nella terza tipologia il corrente superiore è liscio mentre le diagonali del traliccio sono nervate (campioni A3, B3, C3). In tutti i campioni le barre d'anima hanno diametro 16 mm mentre i correnti superiori e inferiori hanno diametro 40 mm. Attraverso test preliminari sono state ottenute le resistenze dei materiali: f_{sy} = 479 MPa e f_{sy} = 551 MPa per l'acciaio B450C delle barre di diametro 40 e 16 mm, rispettivamente; f_{sy} = 413 MPa, f_{sy} = 402 MPa, e

f_{sy} = 397 MPa per l'acciaio di tipo S355 rispettivamente per le barre di diametro 40 mm, 16 mm e per il fondello. La resistenza media a compressione del calcestruzzo è risultata pari a f_{cm} = 38.83 MPa.

Sono stati eseguiti test di flessione su tre punti su travi in semplice appoggio secondo lo schema di carico di Figura 4, con carico asimmetrico. Le prove sono state condotte in controllo di spostamento.

I principali risultati hanno mostrato che un ruolo fondamentale nel meccanismo resistente è svolto dall'aderenza tra calcestruzzo e fondello della trave, che non può essere assicurata esclusivamente da connessioni o piatti di estremità. Al contrario, è possibile raggiungere una piena resistenza a taglio qualora l'aderenza sia garantita dalla presenza di barre longitudinali saldate al fondello metallico.

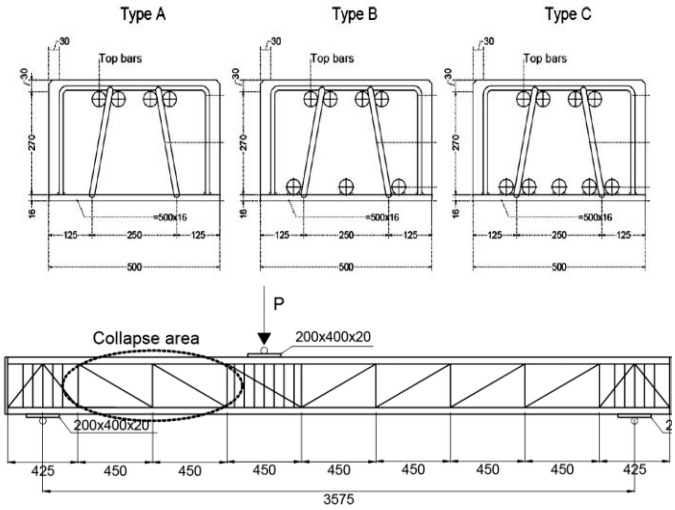

Figura 4. Sezioni trasversali e condizione di carico dei campioni (Chisari & Amadio 2014) / Specimen cross-sections and load conditions (Chisari & Amadio 2014).

Un secondo gruppo di risultati sperimentali di prove di flessione su tre punti è disponibile in Colajanni et al. (2017a). Sono state considerate due diverse condizioni di carico: il primo gruppo di campioni (serie A) è stato sottoposto a momento flettente positivo, mentre il secondo gruppo (serie B) a momento negativo, cioè in quest'ultimo caso il campione è stato capovolto in modo da applicare un carico che mette in compressione il fondello della trave.

Le sezioni trasversali dei campioni sono mostrate in Figura 5. Sono stati utilizzati barre d'anima e corrente superiore in acciaio B450C e fondello in acciaio S355. Dalle prove di trazione standard su barre da 12 e 16 mm è stata ricavata una tensione di snervamento di f_{sy} = 508.81 MPa e f_{sy} = 489.10 MPa, rispettivamente; la tensione di snervamento del fondello è risultata pari a f_{sy} = 395.44 MPa.

Le armature-base del traliccio sono costituite da tre barre superiori, da un fondello di spessore 5 mm e da diagonali d'anima di 12 mm ad esso saldate. In tutti i campioni sono state aggiunte quattro ulteriori barre al corrente superiore e nei campioni A2-1 e A2-2 due ulteriori barre anche nel corrente inferiore.

La resistenza a compressione di progetto del calcestruzzo è pari a 25 MPa (calcestruzzo tipo 1).

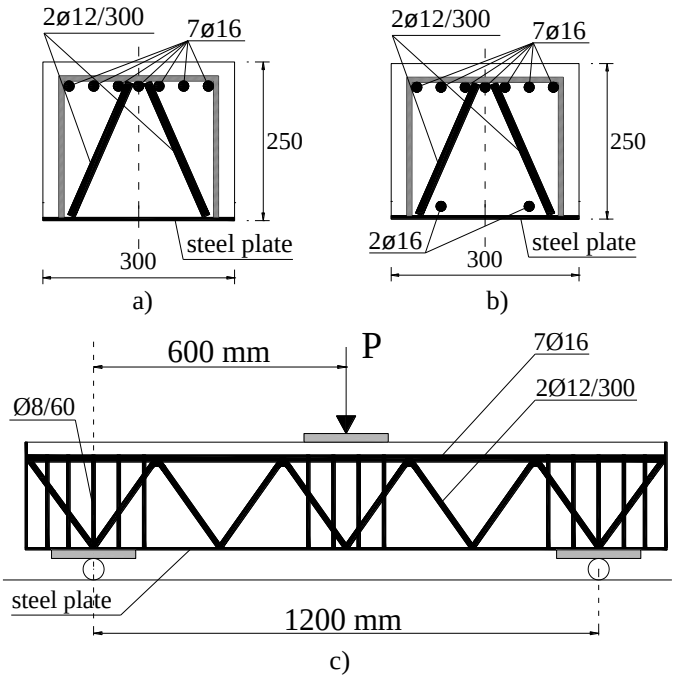

Figura 5. Campioni testati da Colajanni et al. (2017a): a) sezione trasversale di A1, B1 e B2; b) sezione trasversale di A2-1 and A2-2; c) sezione longitudinale e schema di prova / Tested specimens in Colajanni et al. (2017a): a) A1, B1 and B2 cross-section; b) A2-1 and A2-2 cross-section; c) longitudinal section with the scheme of the test execution.

Successivamente, in fase di getto è stata aggiunta dell'acqua alla miscela per migliorare la lavorabilità e le effettive proprietà meccaniche del calcestruzzo sono state ottenute attraverso prove di compressione uniassiale su campioni del calcestruzzo realizzato con aggiunta di acqua (calcestruzzo tipo 2) e si è ottenuta una resistenza a compressione media di circa 16 MPa.

I campioni A1 e B1 sono stati realizzati con il calcestruzzo di tipo 1 mentre gli altri campioni con il calcestruzzo di tipo 2.

I risultati sperimentali hanno evidenziato una rottura fragile a taglio in quasi tutti i campioni, provocata dalla crisi del puntone di calcestruzzo. Inoltre, è stato osservato che, nei campioni realizzati con il calcestruzzo con proprietà meccaniche superiori, la crisi del puntone è stata ritardata, consentendo alle armature metalliche di fornire duttilità al sistema prima del raggiungimento del carico di picco; dopodiché, successivamente al raggiungimento del picco, quando interviene la crisi del puntone di calcestruzzo, gli elementi in acciaio (fondello e barre inferiori) sono in grado di fornire una resistenza residua alla trave fino a grandi valori di spostamento.

Come accennato prima, tali test sperimentali sono anche stati riprodotti mediante simulazioni FEM (Monaco 2016) in cui tutti i componenti (cioè barre, piatto e blocco di calcestruzzo) sono stati modellati utilizzano elementi solidi. Inoltre, in tale modello, l'interfaccia tra barre d'armatura e calcestruzzo è stata riprodotta attraverso un approccio coesivo per modellare il comportamento non-lineare di aderenza.

Per simulare il legame costitutivo del calcestruzzo è stato adottato un modello di danno plastico.

Per la simulazione del comportamento dell'acciaio invece è stato impiegato un classico modello di plasticità di metalli duttili, adottando una legge elasto-plastica bilineare.

I casi simulati sono rappresentativi dei campioni di entrambe le serie A e B (Fig. 6) e sono stati generati per valori di resistenza a compressione del calcestruzzo pari a 16, 20 e 25 MPa. Dunque, i campioni delle simulazioni sono identificati con la sigla A_{16}, A_{20}, A_{25} e B_{16}, B_{20}, B_{25}, rispettivamente.

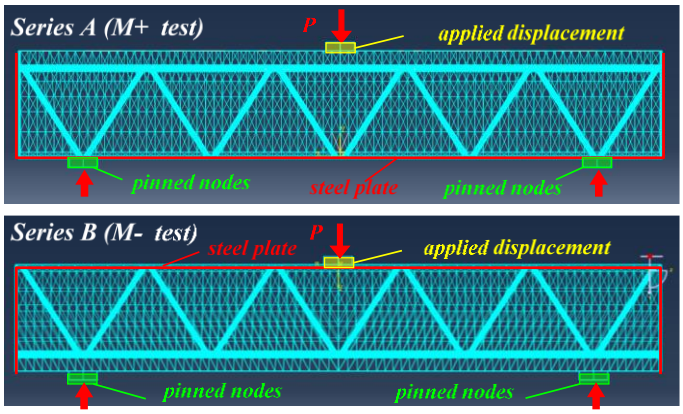

Figura 6. Mesh e condizioni di carico per campioni serie A (M+) e serie B (M-) (Monaco 2016) / Mesh of the elements and boundary conditions for Series A (M+) and Series B (M-) tests (Monaco 2016).

4 RISULTATI E DISCUSSIONE

I modelli analitici descritti in precedenza sono stati utilizzati per riprodurre i dati sperimentali e numerici di riferimento ottenendo la previsione del valore teorico di resistenza a taglio V_{theo}. I valori sperimentali e numerici di riferimento sono invece indicati come V_{exp}. In Tabella 1 vengono riportati i risultati ottenuti applicando ciascun modello.

La stima della resistenza mediante l'approccio a campi di tensione è stata condotta introducendo le seguenti ipotesi semplificative: il braccio della coppia interna è stato posto pari a $0.9d$ e sono state considerate due possibili inclinazioni per il campo di tensione del calcestruzzo, l'una corrispondente a $ctg\,\theta_{max}$= 2.5 e l'altra corrispondente a $ctg\,\theta_{max}$= 3. Per applicare tale modello, la sezione critica è stata individuata come quella sezione in cui si ha massimo momento flettente associato a massima forza tagliante, escludendo le regioni disturbate.

Per l'applicazione dei modelli ai risultati ottenuti da Monaco (2016), si è fatto riferimento ai soli modelli FEM generati con approccio coesivo per la modellazione dell'aderenza. Infatti, in Monaco (2016) è presentato anche un confronto con i risultati ottenuti da una modellazione semplificata in cui si adotta l'ipotesi di perfetta aderenza acciaio-calcestruzzo. Da tale confronto emerge che il modello FEM fornisce un risultato complessivamente più accurato quando si adotta un'interfaccia coesiva, sebbene tale parametro non influenzi in maniera significativa la resistenza a taglio della trave. L'autore sottolinea inoltre che il risultato di tale confronto testimonia il fatto che l'interfaccia non subisce un danneggiamento significativo e, di conseguenza, dissipa un quantitativo di energia limitato rispetto a quello che si dissipa a seguito del danneggiamento dovuto alla plasticizzazione dei materiali.

I risultati riportati in Tabella 1 mostrano che, quando viene applicato il modello a campi di tensione, il valore di $ctg\,\theta_{max}$ non è influente per i campioni di Colajanni et al. (2017a) e Monaco (2016) poiché in tali campioni il collasso è dovuto alla crisi del corrente teso (vedi Eq. (17)). Per i campioni testati da Chisari & Amadio (2014) invece, risulta più efficace assumere $ctg\,\theta_{max}$= 3. Inoltre, i risultati mostrano che l'approccio a campi di tensione e il modello di Campione et al. (2016) sono entrambi molto efficaci, dando luogo a valori medi del rapporto V_{theo}/V_{exp} prossimi all'unità, con basse percentuali del coefficiente di variazione.

Considerazioni simili possono essere fatte per il modello proposto da Monti & Petrone (2015) che è in grado di fornire una buona previsione della capacità a taglio nonostante il modello sia concepito prevalentemente per travi soggette a carichi distribuiti.

Infine, per quanto concerne il modello dell'Eurocodice 2 (CEN 2004), i risultati mostrano previsioni di resistenza a taglio abbastanza in accordo con i valori sperimentali ottenuti da Colajanni et al. (2017a) e Monaco (2016); viceversa, il modello fornisce una significativa sottostima della capacità a taglio dei campioni testati da Chisari & Amadio (2014). In effetti, Chisari & Amadio (2014) nel loro studio hanno osservato che tale fenomeno è dovuto al fatto che la resistenza del calcestruzzo rappresenta un contributo significativo nella resistenza totale della trave, mentre nella formulazione del modello secondo l'Eurocodice 2 (CEN 2004) tale contributo ha un peso più limitato.

5 CONCLUSIONI

Lo studio proposto riguarda un'analisi comparata di modelli per la previsione del comportamento a taglio delle travi PREM presentando una sintesi dei principali contributi attualmente disponibili nella letteratura scientifica.

I risultati hanno mostrato che, il modello a campi di tensione con inclinazione variabile (Colajanni et al. 2014b) e il modello tirante-puntone (Campione et al. 2016) sono i più efficaci nella previsione della resistenza a taglio, dando luogo a valori medi del rapporto V_{theo}/V_{exp} prossimi all'unità e a basse percentuali del coefficiente di variazione.

Tabella 1. Confronto tra risultati numerici e sperimentali / Comparison between theoretical and experimental results.

	ID	V_{exp} [kN]	V_{theo}/V_{exp} Eurocode 2 (CEN 2004)	Colajanni et al. (2014b) ($ctg\,\theta_{max}$= 2.5)	Colajanni et al. (2014b) ($ctg\,\theta_{max}$= 3)	Campione et al. (2016)	Monti & Petrone (2015)
Chisari & Amadio (2014)	A1	538.88	0.54	1.00	1.00	0.85	1.06
	A2	541.38	0.39	0.87	0.97	0.72	0.77
	A3	535.75	0.55	1.01	1.01	0.86	1.06
	B1	674.69	0.43	0.83	0.98	0.98	0.84
	B2	581.44	0.37	0.81	0.95	0.95	0.72
	B3	582.69	0.50	0.96	1.14	1.00	0.98
	C1	655.92	0.45	0.86	1.01	0.99	0.87
	C2	610.23	0.35	0.77	0.91	0.97	0.68
	C3	642.77	0.46	0.87	1.03	0.97	0.89
Colajanni et al. (2017a)	A1	288.87	0.77	0.87	0.87	0.85	0.64
	A2-1	211.15	1.03	1.04	1.04	1.00	0.88
	A2-2	230.65	0.95	0.95	0.95	0.92	0.81
	B1	259.77	0.74	0.96	0.96	0.97	0.72
	B2	167.97	1.14	1.15	1.15	1.13	1.11
FEM Monaco (2016)	A16	180.19	1.09	1.06	1.06	1.01	0.91
	A20	207.14	0.93	1.06	1.06	1.01	0.80
	A25	230.44	0.84	0.98	0.98	1.05	0.71
	B16	182.36	0.93	1.05	1.05	1.00	0.90
	B20	208.52	0.81	0.99	0.99	1.00	0.79
	B25	232.58	0.73	0.89	0.89	1.04	0.71
	Avg.		0.699	0.950	0.999	0.964	0.842
	CVr		0.370	0.104	0.072	0.093	0.159

Il modello di Monti & Petrone (2015), pur essendo concepito per travi soggette a carichi distribuiti, fornisce risultati abbastanza accurati.

Infine, il modello a traliccio dell'Eurocodice 2 (CEN 2004) consente di ottenere previsioni più accurate nei casi in cui la resistenza del calcestruzzo non costituisce un contributo prevalente nel meccanismo di resistenza a taglio della trave.

This study proposed a comparative analysis of existing models for the prediction of the shear behavior of hybrid steel-trussed beams.

The results showed that the compression stress field approach (Colajanni et al. 2014b) and the strut-and-tie model (Campione et al. 2016) are more effective, providing average values of the ratio V_{theo}/V_{exp} close to one, and small values of the coefficient of variation.

The model proposed by Monti & Petrone (2015) provides quite well predictions even if it is primarily conceived for beams subjected to distributed loads.

Finally, Eurocode 2 (CEN 2004) provides good predictions in those cases in which the concrete strength does not represent a preeminent shear resisting contribution.

BIBLIOGRAFIA

Ballarini, R., La Mendola, L., Le, J. & Monaco, A. 2017 Computational study of failure of hybrid steel trussed concrete beams. *J. Struct. Eng. ASCE*, 143(8), art. no. 04017060.

Campione, G., Colajanni, P. & Monaco, A. 2016 Analytical Evaluation of Steel-Concrete Composite Trussed Beam Shear Capacity. *Mater. Struct.*, 49(8): 3159-3176.

Campione, G., Monaco, A. & Minafò, G. 2014 Shear strength of High-strength concrete beams: modeling and design recommendations. *Eng. Struct.*, 69: 116-122.

CEN 2004 - Eurocode 2: Design of concrete structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN, Brussels, EN 1992-1-1:2004.

Chisari C. & Amadio C. 2014 An experimental, numerical and analytical study of hybrid RC-encased steel joist beams subjected to shear. *Eng. Struct*., 61(1): 84-98.

Colajanni, P., La Mendola, L. & Monaco, A. 2014a Stress transfer mechanisms investigation in hybrid steel trussed-concrete beams by push-out tests. *J. Constr. Steel Res.*, 95: 56-70.

Colajanni, P., La Mendola, L. & Monaco, A. 2015a Stiffness and strength of composite truss beam to R.C. column connection in MRFs. *J. Constr. Steel Res.*, 113: 86-100.

Colajanni, P., La Mendola, L. & Monaco, A. 2017a Experimental Investigation on the Shear Response of Precast Steel-Concrete Trussed Beams. *J. Struct. Eng. ASCE*, 143(1), art. no. 04016156.

Colajanni, P., La Mendola, L., Latour, M., Monaco, A. & Rizzano, G. 2017b Analytical prediction of the shear connection capacity in precast steel-concrete trussed beams. *Materials and Structures*, 50(1) art. no. 48.

Colajanni, P., La Mendola, L., Latour, M., Monaco, A. & Rizzano, G. 2015b FEM analysis of push-out test response of Hybrid Steel Trussed Concrete Beams (HSTCBs). *J. Constr. Steel Res.*, 111: 88-102.

Colajanni, P., La Mendola, L., Mancini, G., Recupero, A. & Spinella, N. 2014b Shear Capacity in Concrete Beams Reinforced by Stirrups with Two Different Inclinations. *Eng. Struct.*, 81: 444-453.

Monaco, A. 2016 Numerical prediction of the shear response of semi-prefabricated steel-concrete trussed beams. *Construction and Building Materials*, 124: 462-474.

Monti, G. & Petrone, F. 2015 Shear resisting mechanisms and capacity equations for composite truss beams. *J. Struct. Eng.*, 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001266, 04015052.

Nielsen, M.P. 1999. *Limit Analysis and Concrete Plasticity* (2nd ed.) CRC, Boca Raton (Florida, USA).